

Eksplorasi Sifat-Sifat Analisis Fungsi $f(x) = |\sin x|$ Melalui Pendekatan Teoritis dan Visualisasi Komputasi Menggunakan MATLAB

Qisti Hafizhah Lubis¹, Nurul Wahida Harahap², Roseyla Sahdina Pasaribu³, Tyesa Junika Sihombing⁴, Tri Andri Hutapea⁵

Email : gistihafizhahlubis@gmail.com, nwahidaharahap@gmail.com,
roseylasahdina@gmail.com, tyesajunika11@gmail.com,
triandrihutapea@unimed.ac.id

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi secara komprehensif sifat-sifat analisis dari fungsi $f(x) = |\sin(x)|$ melalui pendekatan teoretis dan visualisasi komputasi menggunakan MATLAB. Hasil penelitian menunjukkan bahwa fungsi $|\sin(x)|$ memiliki domain seluruh bilangan real dengan range $[0,1]$, bersifat genap, dan tetap kontinu di semua titik. Namun, fungsi ini tidak terdiferensialkan pada titik $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, akibat adanya sudut tajam (cusp). Periodenya berubah menjadi π , lebih pendek dibanding fungsi sinus biasa yang memiliki periode 2π . Titik maksimum terjadi pada $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, dengan nilai 1, sementara titik minimum terjadi pada $x = k\pi$ dengan nilai 0. Representasi deret Fourier menunjukkan bahwa fungsi ini dapat direpresentasikan sebagai deret kosinus yang konvergen secara bertahap terhadap fungsi aslinya. Visualisasi komputasi dengan MATLAB berhasil memperkuat seluruh hasil analisis teoretis, terutama dalam menggambarkan pola periodik, titik ekstrem, dan perilaku turunan. Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa integrasi antara pendekatan teoretis dan visualisasi komputasi memberikan pemahaman yang lebih mendalam dan intuitif terhadap sifat-sifat fungsi $|\sin(x)|$. Metode ini juga dapat dijadikan rujukan dalam pembelajaran dan penelitian lanjutan mengenai fungsi-fungsi trigonometri termodifikasi dan analisis matematis berbasis komputasi.

Abstract

This study aims to comprehensively explore the analytical properties of the function $f(x) = |\sin(x)|$ through theoretical approaches and computational visualization using MATLAB. The results show that the function $|\sin(x)|$ has a domain of all real numbers with a range of $[0,1]$, is even, and remains continuous at all points. However, the function is not differentiable at points $x = k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, due to the presence of sharp corners (cusps). Its period changes to π , which is shorter than the usual sine function with period 2π . Maximum values occur at $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ with a value of 1, while minimum values occur at $x = k\pi$ with a value of 0. The Fourier series representation shows that this function can be expressed as a cosine series that gradually converges to the original function. Computational visualization using MATLAB reinforces the theoretical findings, especially in illustrating periodic patterns, extreme points, and derivative behavior. Overall, this

research demonstrates that the integration of theoretical analysis and computational visualization provides a deeper and more intuitive understanding of the properties of the function $|\sin(x)|$. This method can also serve as a reference for further studies and learning involving modified trigonometric functions and computationally based mathematical analysis

PENDAHULUAN

Matematika adalah salah satu disiplin ilmu yang memiliki peran penting dalam kemajuan ilmu pengetahuan dan teknologi, baik sebagai alat bantu untuk aplikasi di bidang ilmu lain maupun dalam pengembangan matematika itu sendiri (Suendarti & Liberna, 2021). Matematika memiliki peran besar dalam mengembangkan kemampuan berpikir manusia, karena ia merupakan alat untuk berpikir logis, analitis, dan sistematis (Nur, 2009).

Nilai mutlak adalah salah satu cabang ilmu matematika. Nilai mutlak adalah ukuran jarak suatu bilangan dari titik nol pada garis bilangan, yang hasilnya selalu positif atau nol, tanpa mempertimbangkan apakah bilangan tersebut positif atau negatif (Zakiah & Fatimah, 2019). Fungsi adalah aturan yang menghubungkan setiap elemen di himpunan asal (domain) dengan tepat satu elemen di himpunan tujuan

(kodomain). Grafik adalah representasi visual dari fungsi tersebut, yang biasanya ditampilkan sebagai kurva (Endaryono & Azzahra, 2022).

Sehingga fungsi nilai mutlak adalah salah satu fungsi matematika yang unik dan menarik, karena punya cara penyelesaian dan bentuk grafik yang berbeda dari fungsi lainnya. Sayangnya, pembahasan tentang fungsi ini sering kali kurang mendalam, sehingga banyak yang kesulitan saat harus menggunakannya untuk memecahkan masalah. Padahal, dalam kehidupan sehari-hari, konsep nilai mutlak sering muncul, misalnya dalam mengukur jarak, suhu, atau perbedaan nilai. Jadi, sangat penting untuk mempelajari fungsi nilai mutlak lebih detail supaya bisa menangani berbagai kasus dengan lebih tepat dan akurat (Indrawati & Sembiring, 2011).

Selain nilai mutlak, trigonometri adalah cabang matematika yang

mempelajari hubungan antara sudut segitiga dan fungsi trigonometri, seperti sinus, kosinus, dan tangen (Kristayulita, 2020). Fungsi trigonometri, khususnya fungsi sinus, merupakan salah satu fungsi periodik yang paling mendasar dan banyak digunakan dalam pemodelan berbagai peristiwa berulang seperti gelombang suara, gelombang cahaya, dan arus bolak-balik. Fungsi sinus sederhana dapat didefinisikan sebagai $f(x) = \sin(x)$ adalah aturan yang menghubungkan setiap nilai x (sudut dalam radian atau derajat) dengan nilai sinus dari x . Grafiknya adalah kurva yang berosilasi naik-turun secara periodik, dikenal sebagai gelombang sinus, yang menggambarkan bagaimana nilai sinus berubah seiring perubahan sudut x . nilai fungsi sinus antara -1 sampai 1 atau dapat dituliskan sebagai $-1 \leq \sin x \leq 1$. Apabila nilai sinus sebuah sudut adalah tertentu, tetapi kebalikannya tidak demikian, yaitu terdapat berbagai besar sudut yang nilai sinusnya sama. Jika $y = \sin x$, maka $x = \arcsin y$ (dibaca 'arcus sinus dari y '), atau $x = \sin^{-1} y$ (dibaca 'sinus invers dari y (Iskandar, 2017).

Fungsi sinus dikenal memiliki sifat periodik dengan periode 2π (atau 360°), yang berarti grafik fungsi sinus membutuhkan satu siklus lengkap untuk berulang setiap radian. Dan rentang nilai (range) antara -1 dan 1 . Namun, ketika fungsi nilai mutlak (absolut) diterapkan pada fungsi sinus menunjukkan sifat-sifat analisis yang berbeda dan menarik. Fungsi nilai mutlak, secara umum, mengubah semua nilai negatif menjadi positif, merefleksikan bagian grafik di bawah sumbu- x ke atas sumbu- x (Nurfauziah & Sari, n.d.).

Kajian mendalam mengenai sifat-sifat analisis fungsi $f(x) = |\sin(x)|$ seperti kontinuitas, diferensiabilitas, titik ekstrem, dan perilakunya secara umum, memerlukan pendekatan teoretis yang cermat. Meskipun fungsi $|\sin(x)|$ tampak sederhana secara visual, analisis formal terhadap titik-titik di mana nilai di dalam tanda mutlak berubah tanda.

Selain pendekatan teoretis, visualisasi komputasi telah menjadi alat yang sangat berharga dalam pendidikan dan penelitian matematika modern. Perangkat lunak seperti

MATLAB memungkinkan para peneliti dan mahasiswa untuk memvisualisasikan grafik fungsi kompleks, mensimulasikan perilaku matematis, dan memvalidasi hasil teoretis dengan cepat dan akurat. Integrasi pendekatan komputasi dengan analisis teoretis dapat memberikan wawasan yang lebih dalam dan pemahaman yang lebih intuitif tentang sifat-sifat fungsi, menjembatani kesenjangan antara abstraksi matematis dan representasi visual. MATLAB digunakan sebagai alat utama untuk mengimplementasikan dan memvisualisasikan turunan parsial, berkat kemampuan komputasi simbolik dan fitur visualisasi 3D-nya yang membantu menganalisis perubahan fungsi secara lebih intuitif (Dongoran et al., 2024).

Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengeksplorasi secara komprehensif sifat-sifat analisis fungsi $f(x) = |\sin(x)|$. Fokus utama penelitian ini adalah untuk menganalisis secara teoretis sifat-sifat fungsi tersebut (periodisitas, rentang, kontinuitas, dan diferensiabilitas) dan memvalidasi temuan-temuan tersebut

melalui visualisasi komputasi interaktif menggunakan MATLAB. Diharapkan penelitian ini tidak hanya memperkaya literatur yang ada, tetapi juga menyediakan panduan yang jelas mengenai integrasi metode teoretis dan komputasi dalam analisis fungsi.

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan pendekatan metode campuran (mixed-methods approach) yang menggabungkan analisis kualitatif-teoretis dengan eksperimen komputasi kuantitatif. Tujuannya adalah untuk mengkaji secara mendalam sifat-sifat analisis fungsi $f(x) = |\sin(x)|$ dan memvalidasi hasil teoretis menggunakan visualisasi perangkat lunak MATLAB.

Desain penelitian ini bersifat deskriptif-analitis. Dua pendekatan utama digunakan secara paralel. Yaitu yang pertama, pendekatan teoretis yakni dengan kajian literatur dengan peninjauan ulang konsep dasar analisis real, fungsi trigonometri, dan fungsi nilai mutlak. Analisis sifat dasar yang dilakukan adalah penentuan domain, *range*, periodisitas, kontinuitas, sifat paritas,

diferensiabilitas, kecekungan (*concavity*), turunan kedua, titik kritis, representasi fourier, integral satu periode

Pendekatan yang kedua adalah pendekatan komputasi yang melibatkan penerapan algoritma komputasi untuk memodelkan dan memvisualisasikan fungsi, yang berfungsi sebagai alat verifikasi dan ilustrasi terhadap hasil teoretis. Perangkat yang digunakan adalah MATLAB (*Matrix Laboratory*). Data yang dikumpulkan berupa hasil pembuktian matematis (kualitatif) dan grafik/plot komputasi (visual/kuantitatif).

HASIL DAN PEMBAHASAN

Penelitian ini berhasil mengeksplorasi sifat-sifat analisis fungsi $f(x) = |\sin(x)|$ melalui dua pendekatan yang saling melengkapi yaitu analisis teoretis formal dan visualisasi komputasi menggunakan MATLAB.

1. Hasil Analisis Teoritis

a. Domain dan Range

Fungsi domain f adalah himpunan semua bilangan real $\mathbb{R}$, dikarenakan fungsi sinus terdefinisi di seluruh

bilangan real dan nilai mutlak tidak membatasi domain fungsi (Rudin, 1976). Secara matematis:

$$\text{Domain } f = \mathbb{R}.$$

Nilai fungsi sinus antara -1 sampai 1 atau dapat dituliskan sebagai $-1 \leq \sin x \leq 1$. Namun karena fungsi merupakan fungsi nilai mutlak, sehingga rentang fungsi berupa interval $[0,1]$ karena nilai mutlak membuat nilai fungsi selalu non-negatif, dan nilai maksimum sinus adalah 1 . Dengan demikian:

$$\text{Rentang } f = [0,1].$$

b. Periodik

Fungsi sinus memiliki periode 2π . Dengan menerapkan fungsi nilai mutlak, periode fungsi berubah menjadi π karena $|\sin(x)| = |\sin(x + \pi)|$. Hal ini mengindikasikan pola fungsi berulang setiap π , suatu sifat periodik yang penting dalam analisis fungsi trigonometri modifikasi (Bartle & Sherbert, 2000).

c. Kontinuitas

Fungsi $f(x) = |\sin(x)|$ merupakan komposisi dari fungsi kontinu $\sin(x)$ dan fungsi nilai

mutlak yang juga kontinu, sehingga f kontinu di seluruh domainnya (Rudin, 1976). Kontinuitas fungsi ini memastikan bahwa grafik fungsi tidak memiliki celah dan dapat divisualisasikan secara mulus.

d. Nilai Maksimum dan Minimum

- Nilai Minimum $f(x) = 0$ pada $x = k\pi$, karena $\sin(x) = 0$.
- Nilai Maksimum $f(x) = 1$ pada $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, karena $|\sin(x)| = 1$.

Penentuan ekstremum ini mengikuti metode analisis turunan dan evaluasi titik kritis pada fungsi periodik (Anton et al., 2012).

e. Sifat Paritas

$$f(-x) = |\sin(-x)| = |\sin(x)|,$$

sehingga fungsi adalah genap. Grafiknya simetris terhadap sumbu-y.

f. Diferensiabilitas

Meskipun kontinu, f tidak dapat didiferensialkan pada titik $x = k\pi$ dengan $k \in \mathbb{Z}$, di mana $f(x)$ memiliki sudut tajam akibat nilai mutlak dari nol nilai sinus. Turunan kanan dan kiri pada titik tersebut berbeda sehingga f tidak terdiferensial pada titik tersebut.

g. Kecekungan (Concavity) dan Turunan Kedua

Kecekungan fungsi dapat dianalisis berdasarkan tanda turunan kedua pada interval antara nol-nol sinus, dengan detail kecekungan positif atau negatif dikaji menggunakan turunan kedua secara piecemeal. Pendekatan ini penting dalam menggambarkan sifat kurva dan titik belok fungsi.

8. Titik Kritis

- $x = \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow$ maksimum (karena $f'(x) = 0$).
- $x = k\pi \rightarrow$ minimum dan titik non-diferensiabel.

9. Representasi Fourier

Fungsi $|\sin(x)|$ sebagai fungsi periodik genap dapat dituliskan dalam bentuk deret Fourier yang hanya memuat kosinus. Representasi deret Fourier ini penting dalam sinyal dan sistem untuk analisis frekuensi, dengan formula umum:

$$|\sin x| = \frac{2}{\pi} - \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2nx)}{4n^2 - 1}$$

(Spiegel et al., 2009).

Yang menunjukkan ekspansi fungsi ke dalam basis frekuensi harmonik.

10. Integral Satu Periode

$$\int_0^{2\pi} |\sin x| dx = 4,$$

atau dalam satu periode fundamental π :

$$\int_0^{\pi} |\sin x| dx = 2$$

Perhitungan ini konsisten dengan teori integral fungsi periodik (Goodson et al., 2014).

2. Hasil Visualisasi Komputasi Menggunakan MATLAB

Sintaks Matlab :

```
%% VISUALISASI FUNGSI f(x) =
|sin(x)|
```

```
clear; clc; close all;
```

```
x = linspace(-2*pi, 2*pi, 2000);
```

```
f = abs(sin(x));
```

```
%% 1. Grafik Fungsi Dasar + Domain
& Range
```

```
figure(1);
```

```
plot(x, f, 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('x'); ylabel('|sin(x)|');
```

```
title('Grafik Dasar f(x) = |sin(x)|');
```

```
grid on; hold on;
```

```
ylines(0,'k--','Min' = 0'); ylines(1,'r--',
'Max' = 1');
```

```
hold off;
```

```
%% 2. Periodisitas (Periode =  $\pi$ )
```

```
figure(2);
```

```
idx = x >= 0 & x <= 2*pi;
```

```
plot(x(idx), f(idx), 'LineWidth', 2);
```

```
xlabel('x'); ylabel('|sin(x)|');
```

```
title('Visualisasi Periode Fungsi
(Period =  $\pi$ )');
```

```
grid on;
```

```
text(pi,0.9,'Periode =
\pi','FontSize',12,'Color','b');
```

```
%% 3. Titik Maksimum dan Minimum
```

```
maxPoints = pi/2 + pi*(-2:2);
```

```
minPoints = pi*(-2:2);
```

```
figure(3);
```

```
plot(x, f,'LineWidth',2); grid on; hold
on;
```

```
plot(maxPoints, abs(sin(maxPoints)),
'ro','MarkerSize',10,'LineWidth',2);
```

```

plot(minPoints, abs(sin(minPoints)), 'ko','MarkerSize',10,'LineWidth',2);
title('Titik Ekstremum (Max & Min)');
xlabel('x'); ylabel('|sin(x)|');
legend('f(x)', 'Maksimum', 'Minimum');
hold off;

%% 4. Turunan Numerik & Titik Tidak Diferensiabel
df = gradient(f, x(2)-x(1));
figure(4);
plot(x, df, 'LineWidth',2);
grid on; hold on;
plot(minPoints, zeros(size(minPoints)), 'rx', 'MarkerSize',12,'LineWidth',2);
title('Turunan Numerik dan Titik Tidak Diferensiabel');
xlabel('x'); ylabel('f'(x)');
hold off;

%% 5. Representasi Fourier (Pendekatan)
N = 10;
fFourier = 2/pi;
for n = 1:N
    fFourier = fFourier - (4/pi)*(cos(2*n*x)/(4*n^2 - 1));
end
figure(5);
plot(x,f,'LineWidth',2); hold on;
plot(x,fFourier,'--','LineWidth',1.5);
title(['Pendekatan Deret Fourier (N = ',num2str(N),')']);
xlabel('x'); ylabel('|sin(x)|');
legend('Fungsi Asli','Fourier Approx');
grid on; hold off;

%% 6. Integral Numerik → Validasi Teori
integral_pi = trapz(x(x>=0 & x<=pi), f(x>=0 & x<=pi));
integral_2pi = trapz(x(x>=0 & x<=2*pi), f(x>=0 & x<=2*pi));
figure(6);
bar([integral_pi integral_2pi], 'FaceAlpha',0.6);
set(gca,'xticklabel',{'f_0^{\pi}', 'f_0^{2\pi}'});
ylabel('Nilai Integral');
title('Validasi Integral Numerik');

```

grid on;

```
fprintf('\n HASIL INTEGRAL\n');
```

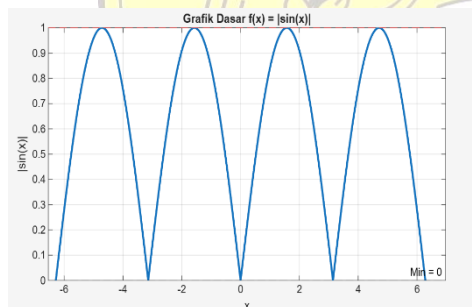
```
fprintf('∫0π |sin(x)| dx ≈ %.4f (Teori = 2)\n', integral_pi);
```

```
fprintf('∫02π |sin(x)| dx ≈ %.4f (Teori = 4)\n', integral_2pi);
```

Kode tersebut digunakan untuk memvisualisasikan sifat-sifat fungsi

$$f(x) = |\sin(x)|$$

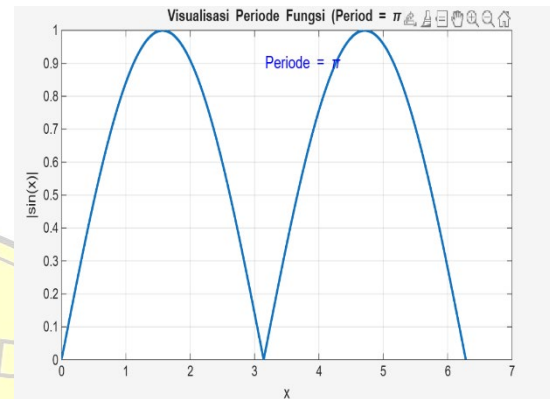
meliputi grafik dasar fungsi, turunan numerik, titik kritis, sifat periodik, deret Fourier, dan integral numerik.



Gambar 1: Range $f(x) = |\sin(x)|$

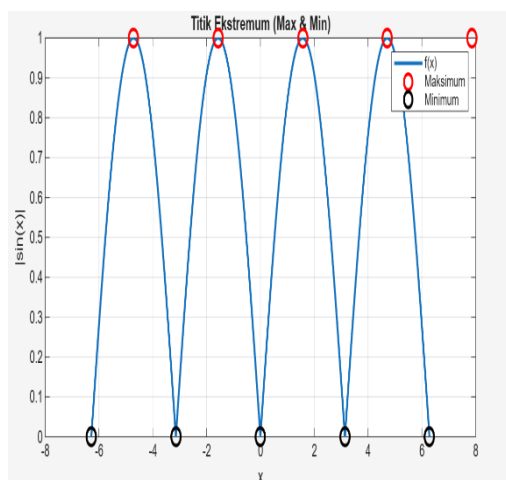
Dari gambar Terlihat bahwa kurva selalu berada pada nilai non-negatif, sesuai rentang fungsi yang berada pada interval $[0,1]$. Garis horizontal pada $y = 0$ dan $y = 1$ menunjukkan nilai minimum dan maksimum fungsi. Grafik tampak mulus dan tidak memiliki celah, yang mengonfirmasi bahwa fungsi bersifat kontinu di seluruh domainnya. Titik-titik di mana

fungsi menyentuh sumbu- x menunjukkan nilai fungsi bernilai nol atau titik minimum.



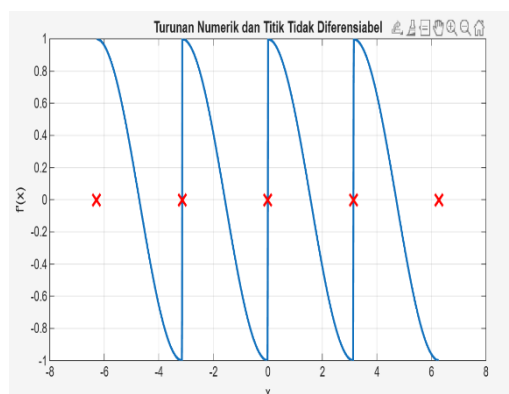
Gambar 2: Periodik $f(x) = |\sin(x)|$

Gambar ini menampilkan perilaku fungsi dalam interval $[0, 2\pi]$ dan menunjukkan sifat periodik fungsi. Dari visualisasi dapat diamati bahwa pola grafik berulang setiap π , berbeda dengan fungsi sinus biasa yang berperiode 2π . Hal ini terjadi karena penerapan nilai mutlak $|\sin(x)|$ menghilangkan bagian negatif fungsi sinus sehingga bentuk grafik menjadi simetris dan memperpendek jarak pengulangan. Dengan demikian, visualisasi mendukung teori bahwa periode fungsi berubah menjadi π .



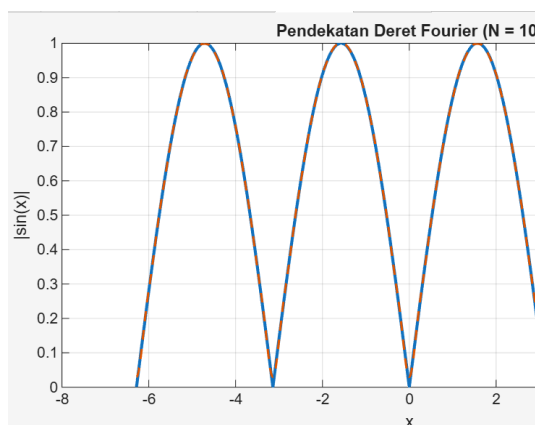
Gambar 3: Nilai Maksimum dan Minimum serta Titik Kritis $f(x) = |\sin(x)|$

Pada gambar ini ditampilkan titik-titik ekstremum fungsi. Titik maksimum ditandai dengan simbol merah (o) dan terjadi pada $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$, di mana nilai fungsi mencapai 1. Sedangkan titik minimum ditandai dengan simbol hitam dan terjadi pada $x = k\pi$, di mana $|\sin(x)| = 0$. Pola ini berulang secara periodik sepanjang domain. Visualisasi ini mendukung hasil analisis turunan bahwa titik-titik tersebut merupakan titik kritis fungsi dengan sifat maksimum dan minimum yang konsisten.



Gambar 4: Diferensiabilitas $f(x) = |\sin(x)|$

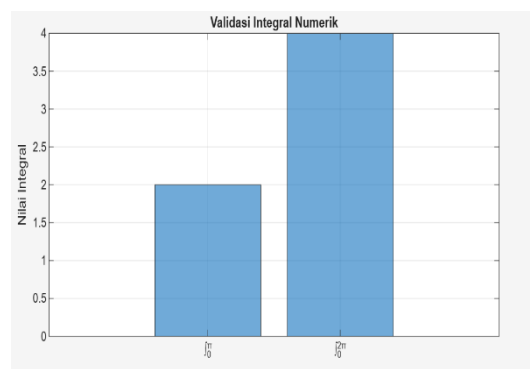
Gambar ini memperlihatkan grafik turunan numerik dari fungsi. Terlihat bahwa kurva turunan menunjukkan perubahan tajam di sekitar titik $x = k\pi$. Pada titik-titik tersebut ditandai dengan tanda silang merah (x) sebagai lokasi di mana fungsi tidak terdiferensiasi. Hal ini terjadi karena nilai mutlak menciptakan sudut tajam (cusp) pada grafik, sehingga turunan kiri dan kanan di titik-titik tersebut tidak sama. Visualisasi ini secara jelas memperlihatkan sifat diferensiabilitas yang hanya berlaku pada titik selain $k\pi$.



Gambar 5: Representasi Fourier

$$f(x) = |\sin(x)|$$

Gambar ini menampilkan perbandingan antara fungsi asli $|\sin(x)|$ dan pendekatan deret Fourier dengan jumlah suku $N = 10$. Garis putus-putus menunjukkan hasil aproksimasi Fourier, sedangkan garis penuh menunjukkan fungsi asli. Tampak bahwa pendekatan Fourier semakin mendekati bentuk fungsi asli seiring meningkatnya jumlah suku dalam deret. Visualisasi ini mendukung teori analisis Fourier bahwa fungsi periodik dan genap dapat direpresentasikan dalam bentuk deret kosinus, dan semakin banyak suku digunakan maka semakin baik pendekatannya.



Gambar 6: Integral $f(x) = |\sin(x)|$

Gambar ini menunjukkan perbandingan hasil perhitungan integral numerik menggunakan metode trapezoidal untuk dua interval: satu periode (0 sampai π) dan dua periode (0 sampai 2π). Nilai integral yang diperoleh mendekati nilai teoretis, yaitu 2 untuk satu periode dan 4 untuk dua periode. Grafik batang ini mengonfirmasi konsistensi antara hasil analisis matematis dengan perhitungan komputasi. Dengan demikian, visualisasi ini menunjukkan kesesuaian fungsi dan integralnya dengan teori integral fungsi periodik.

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil analisis teoretis dan visualisasi komputasi menggunakan MATLAB, dapat disimpulkan bahwa fungsi $f(x) = |\sin(x)|$

$\sin(x)$ |memiliki sifat-sifat matematis yang khas sebagai hasil kombinasi antara fungsi sinus yang periodik dan operasi nilai mutlak. Fungsi ini memiliki domain seluruh bilangan real, range $[0,1]$, bersifat genap, dan tetap kontinu di seluruh titik. Namun, fungsi tidak terdiferensialkan pada titik $x = k\pi$ karena adanya titik sudut (cusp). Periodenya berubah dari 2π menjadi π , dan titik ekstrem berulang secara teratur mengikuti sifat fungsi sinus.

Visualisasi komputasi melalui MATLAB berhasil memperkuat dan memverifikasi hasil analisis teoretis, terutama terkait grafik fungsi, titik ekstrem, perilaku turunan, representasi Fourier, serta integral satu periode. Integrasi pendekatan teoretis dan komputasi terbukti efektif dalam memberikan gambaran yang lebih jelas, intuitif, dan akurat tentang perilaku fungsi trigonometri bernilai mutlak.

Secara keseluruhan, penelitian ini menunjukkan bahwa metode gabungan antara analisis matematis dan visualisasi komputasi merupakan strategi yang sangat bermanfaat untuk

memahami karakteristik fungsi secara lebih mendalam, serta dapat diterapkan pada kajian fungsi-fungsi lain yang memiliki sifat serupa.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., Bives, I., & Davis, S. (2012). *Calculus EARLY TRANSCENDENTALS*. Laurie Rosatone.
- Bartle, R. G., & Sherbert, D. R. (2000). *Introduction to Real Analysis*. John Wiley & Sons.
- Dongoran, N. P., Pane, A. C. S., & Wardani, S. A. (2024). *Pemanfaatan MATLAB dalam Analisis Turunan Parsial: Visualisasi dan Implementasi Fungsi Multivariat*. 4.
- Endaryono, & Azzahra, W. H. (2022). *PERANCANGAN SIMULASI PEMBUATAN KURVA FUNGSI TRIGONOMETRI UNTUK MOTIF KAIN BATIK – MEDIA PEMBELAJARAN TRIGONOMETRI*. 8(1), 1–16.
- Goodson, C. E., Miertschin, S. L., & Stewart, B. L. (2014). *Design of On-line Courses : Implications*

- for Student Time Management Design of On-line Courses : Implications for Student Time. *360 of Enginering Education*.
- Indrawati, & Sembiring, C. (2011). Kajian Fungsi Nilai Mutlak dan Grafiknya. *Jurnal Penelitian Sains*, 14(1), 14102-5-14102–14107.
- Iskandar, H. (2017). *Penerapan Trigonometri Dalam Pengembangan Ilmu dan Teknologi dalam Kehidupan Sehari-hari*. Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan.
- Kristayulita. (2020). *Trigonometri*. Sanabil.
- Nur, F. (2009). *FAKTOR-FAKTOR PENYEBAB BERPIKIR PSEUDO DALAM MENYELESAIKAN SOAL-SOAL KEKONTINUAN*. 69–91.
- Nurfauziah, P., & Sari, V. T. A. (n.d.). *Bahan Ajar Trigonometri*. IKIP SILIWANGI.
- Rudin, W. (1976). *Principles of Mathematical Analysis*. McGraw-Hill.
- Spiegel, M. R., Lipschutz, S., Schiller, J. J., & Spellman, D. (2009). *Schaum's Outline Complex Variables*. McGraw-Hill.
- Suendarti, M., & Liberna, H. (2021). *Analisis Pemahaman Konsep Perbandingan Trigonometri Pada Siswa SMA*. 5(2), 326–339.
- Zakiah, N. E., & Fatimah, A. T. (2019). *PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN NILAI MUTLAK BENTUK LINEAR SATU VARIABEL*. Tsaqiva Publishing.